ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (МГСУ)

Кафедра «Испытание сооружений»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО КУРСУ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

Часть 3

«РАСЧЕТЫ НА РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ), КРУЧЕНИЕ И СДВИГ»

для студентов факультета МиАС
(специальности 270101, 270113, 190205)

МОСКВА
2009

Список литературы

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов [Текст] / В. И. Феодосьев. - Изд.14-е, испр. - М. : МГТУ, 2007. - 591 с. : ил.
2. Александров, А. В. Сопротивление материалов [Текст] / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин ; ред. А. В. Александров. - 5-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2007. - 560 с. : ил.
3. Варданян, Г. С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности [Text] / Г. С. Варданян, Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. - М. : Изд-во АСВ, 1995. - 572 с. : ил.
4. Грес, П. В. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов [Текст] : учеб.пособие для техн.вузов / П. В. Грес. - Изд. 2-е, стер. - М.: Высш. шк., 2007. - 135 с.: ил.
5. Писаренко, Г. С. Справочник по сопротивлению материалов [Текст] / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. - 2-е изд., перераб. и доп. - Киев : Наук.думка, 1988. - 734 с. : ил.

I. Одноосное растяжение (сжатие).

1. Усилия в поперечном сечении (рис.1)

В статически определимых задачах на растяжение (сжатие) неизвестное усилие в произвольном сечении или опорная реакция определяются из уравнения проекции всех внешних усилий на продольную ось стержня по одну сторону от сечения:

$$\sum_Z = 0;$$

$$-P_1 - P_2 - q_1 \cdot l_2 + \ldots + P_n + R = 0;$$

$$R = P_1 + P_2 + q_1 \cdot l_2 - \ldots - P_n;$$

$$-P_1 - P_2 - q_1(z - l_1) + N_z = 0;$$

$$N_z = P_1 + P_2 + q_1(z - l_1),$$

где R – опорная реакция;

$P_{1\ldots n}$ – внешние продольные сосредоточенные силы;

q – внешняя продольная равномерно распределенная нагрузка;

N_z – продольное усилие в рассматриваемом сечении (рис. 2).

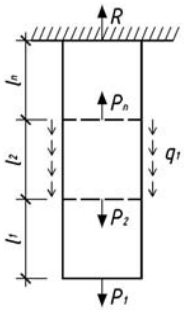


Рис. 1 **Рис. 2**

2. Нормальные напряжения в поперечном сечении

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A},$$

где σ_z – нормальное напряжение в рассматриваемом сечении;

A – площадь сечения.

3. Абсолютные перемещения (деформации) сечения

Абсолютное удлинение (укорочение) стержня определяется как сумма абсолютных удлинений (укорочений) отдельных участков, имеющих постоянную жесткость сечения (EA=const):

$$\Delta l = \sum_{1}^{n} \Delta l_i = \sum_{1}^{n} \frac{\int_0^{l_i} N_{zi} dz + \int_0^{l_i} q \cdot z \cdot dz}{EA_i} = \sum_{1}^{n} \frac{N_{zi} \cdot l_i + \frac{q_i \cdot l_i^2}{2}}{EA_i},$$

где l_i – длина i-го участка с постоянной жесткостью;

Δl_i – абсолютное удлинение i-го участка с постоянной жесткостью;

EA_i – жесткость i-го участка;

E – модуль упругости.

Пример (рис. 3):

Для стержня переменного сечения по приведенной схеме требуется определить:

1. Реактивную силу в опорном сечении.
2. Нормативные силы в характерных точках и построить эпюру нормальных сил.
3. Нормальные напряжения в характерных точках и построить эпюру нормальных напряжений.
4. Общее удлинение (укорочение) стержня и построить эпюру перемещений.

Модуль упругости $E=2*10^5$ МПа.

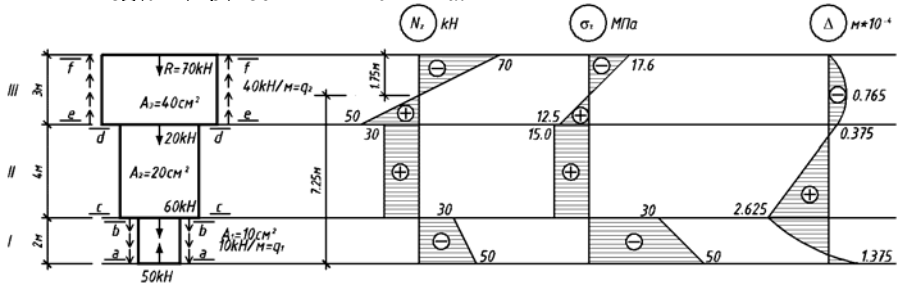


Рис. 3

2. Напряжения в пружинах при P_{max}=1095Н:

$$N_1^{max} = 0{,}312 \cdot N_2^{max} = 0{,}312 \cdot 1184 = 369H;$$

$$\tau_{max,1} = \frac{4 \cdot N_1}{\pi \cdot d_1^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot D_1}{d_1} + 1 \right) = \frac{4 \cdot 369}{3{,}14 \cdot (0{,}9 \cdot 10^{-2})^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 6}{0{,}8} + 1 \right) = 117{,}5 МПа;$$

$$N_2^{max} = 1184H; \qquad \tau_{max,2} = 150 МПа.$$

3. Осадки (полные деформации) пружин:

$$\lambda_1 = \frac{8 \cdot N_1 \cdot D_1^3 \cdot n_1}{G \cdot d_1^4} = \frac{8 \cdot 369 \cdot (6 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 15}{0{,}8 \cdot 10^{11} \cdot (0{,}8 \cdot 10^{-2})^4} = 2{,}92 \cdot 10^{-2} м = 2{,}92 см;$$

$$\lambda_2 = \frac{8 \cdot N_2 \cdot D_2^3 \cdot n_2}{G \cdot d_2^4} = \frac{8 \cdot 1184 \cdot (8 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 20}{0{,}8 \cdot 10^{11} \cdot (1{,}2 \cdot 10^{-2})^4} = 5{,}84 \cdot 10^{-2} м = 5{,}84 см.$$

Проверка: Вычисленные осадки пружин должны соответствовать исходному уравнению совместности перемещений:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2}; \qquad \frac{2{,}92}{5{,}84} = \frac{1}{2}.$$

Уравнение совместности перемещений:

$$\lambda_1 = \frac{8 \cdot N_1 \cdot D_1^3 \cdot n_1}{G \cdot d_1^4}; \qquad \lambda_2 = \frac{8 \cdot N_2 \cdot D_2^3 \cdot n_2}{G \cdot d_2^4};$$

$$\frac{N_1 \cdot D_1^3 \cdot n_1 \cdot d_2^4}{N_2 \cdot D_2^3 \cdot n_2 \cdot d_1^2} = \frac{1}{2}; \qquad \frac{N_1 \cdot 6^3 \cdot 15 \cdot 1{,}2^4}{N_2 \cdot 8^3 \cdot 20 \cdot 0{,}8^4} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{N_1}{N_2} \cdot 1{,}6 = \frac{1}{2};$$

$N_1=0{,}312N_2$; $N_2=3{,}2N_1$.

Подставим полученные соотношения в уравнение равновесия:

$$P = 0{,}4 \cdot N_1 + 0{,}8 \cdot N_2;$$

$$P = 0{,}4 \cdot 0{,}312 \cdot N_1 + 0{,}8 \cdot N_2 = 0{,}92 \cdot N_2;$$

$$P = 0{,}4 \cdot N_1 + 3{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot N_1 = 2{,}96 N_1.$$

Максимально допустимые усилия в пружинах:

$$\tau_{\max,1} = \frac{8 \cdot N_1 \cdot D_1}{\pi \cdot d_1^3} + \frac{4 \cdot N_1}{\pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot N_1}{\pi \cdot d_1^2}\left(\frac{2 \cdot D_1}{d_1} + 1\right) \le [\tau] = 150 МПа;$$

$$N_1^{\max} = \frac{[\tau] \cdot \pi \cdot d_1^2}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2 \cdot D_1}{d_1} + 1\right)} = \frac{150 \cdot 10^6 \cdot 3{,}14 (0{,}8 \cdot 10^{-2})^2}{4 \cdot 16} = 471 Н.$$

$$\tau_{\max,2} = \frac{4 \cdot N_2}{\pi \cdot d_2^2}\left(\frac{2 \cdot D_2}{d_2} + 1\right) \le [\tau] = 150 МПа;$$

$$N_2^{\max} = \frac{[\tau] \cdot \pi \cdot d_2^2}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2 \cdot D_2}{d_2} + 1\right)} = \frac{150 \cdot 10^6 \cdot 3{,}14 (1{,}2 \cdot 10^{-2})^2}{4 \cdot 14{,}3} = 1184 Н.$$

Значения максимально допустимой внешней нагрузки P_{max} (проверяем оба случая):

$$P_{\max,1} = 2{,}96 \cdot N_1 = 1395 Н;$$

$$P_{\max,2} = 0{,}92 \cdot N_2 = 1095 Н.$$

Выбираем наименьшее значение: P_{max}=1095Н, при котором условие прочности будет соблюдено в обеих пружинах.

1. Определение реактивной силы в опорном сечении.

$$\sum z = 0;$$

+50-10·2-60-20+40·3-R=0;
R=70 кН.

Если при выбранном направлении опорной реакции получается знак «-», то это означает, что она направлена в другую сторону.

2. Определение нормальных сил в характерных точках и построение эпюры нормальных сил.

Стержень состоит из трех участков. Расчет удобнее начинать со свободного конца. Каждая характерная точка (место изменения сечения) рассматривается в двух вариантах (сверху и снизу) на бесконечно близком расстоянии от нее.

Участок I: N_z^I*=-50+10·2=-30 кН (рис. 4)*

Сечение a-a *Сечение b-b*

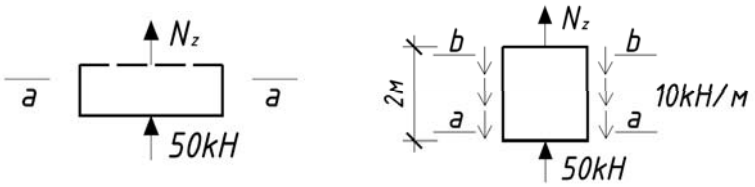


Рис. 4

50+N_z=0;
N_z=-50 кН;
(сжатие)

50-10·2+ N_z=0;
N_z=-30 кН;
(сжатие)

Участок II: $N_z^{II} = N_z^{I} + 60 = 30$ *кН (рис. 5)*

Сечение c-c *Сечение d-d*

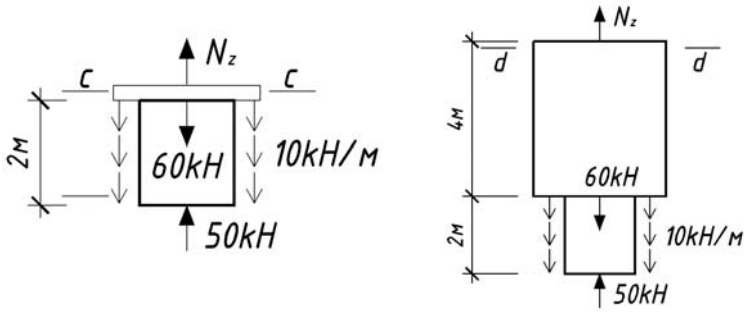


Рис. 5

50-10*2-60+N_z=0;
N_z=30 кН;
(растяжение)

50-10*2-60+ N_z=0;
N_z=30 кН;
(растяжение)

Участок III: $N_z^{III} = N_z^{II} + 20 - 40*3 = -70$ *кН (рис. 6)*

Сечение e-e *Сечение f-f*

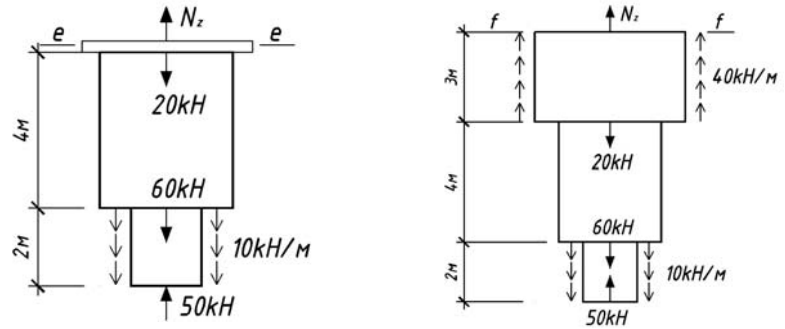


Рис. 6

50-10·2-60-20+N_z=0;
N_z=50 кН;
(растяжение)

50-10·2-60-20+40·3+ N_z=0;
N_z=-70 кН;
(сжатие)

2 Вычислить максимальные напряжения, возникающие в пружинах при нагрузке, равной допускаемой.

3. Вычислить осадку пружин.

D_1= 6 см;
D_2= 8 см;
d_1= 0,8 см;
d_2= 1,2 см;
n_1=15;
n_2=20;
[τ]=150 МПа.

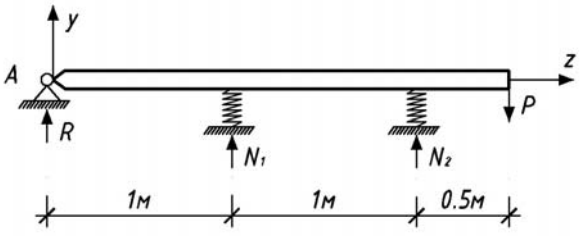


Рис. 13

1. Определение допустимого значения приложенной нагрузки.

Задача является один раз статически неопределимой, поскольку для определения трех неизвестных: R; N_1; N_2 имеется два уравнения равновесия (число лишних неизвестных: 3-2=1):

$$\sum y = 0; \qquad N_1 + N_2 + R - P = 0;$$
$$\sum M_A = 0; \quad -N_1 \cdot 1 - N_2 \cdot 2 + P \cdot 2{,}5 = 0;$$
$$P = 0{,}4 \cdot N_1 + 0{,}8 \cdot N_2.$$

Поэтому для определения усилий в пружинах, необходимо составить дополнительное уравнение совместимости перемещений (осадок пружин), (рис. 14).

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2};$$

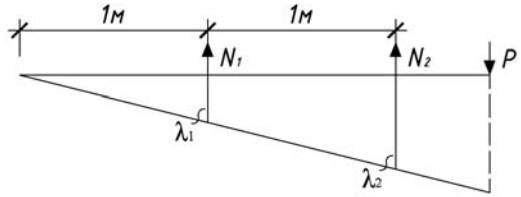
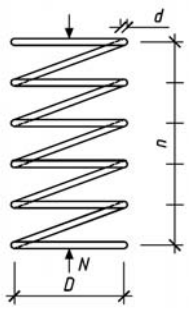


Рис. 14

III. Расчет цилиндрических пружин на кручение и сдвиг

(рис. 12)



D – диаметр витка пружин;
d – диаметр проволоки пружины;
n – число витков пружины;
N – усилие растяжения (сжатия).

Рис. 12

1. Максимальное касательное напряжение в пружине

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_{\rho}} + \frac{N_{сдв}}{A_{сдв}} = \frac{8 \cdot N \cdot D}{\pi \cdot d^3} + \frac{4N}{\pi \cdot d^2} \le [\tau];$$

$M_{кр} = N \cdot \frac{D}{2}$ – крутящий момент;

$W_{\rho} = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ – полярный момент сопротивления;

$N_{сд}=N$ – усилие сдвига;

$A_{сдв} = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ – площадь сдвига.

2. Осадка (полная деформация) пружины

$$\lambda = \frac{8 \cdot N \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4},$$

где G – модуль сдвига.

Пример:

Для недеформируемой жесткой балки, шарнирно опертой одним концом и поддерживаемой двумя пружинами, в соответствии с приведенной схемой (рис. 13) требуется:

1. Определить, исходя из условия прочности пружины, допустимое значение приложенной нагрузки P.

Поскольку продольная сила N_z поменяла знак на третьем участке, необходимо определить точку, где $N_z=0$.

$N_z=-50+10 \cdot 2+60+20-40(z-6)=0;$

$z=7{,}25$ м.

3. Определение нормальных напряжений в характерных точках.

Сечение a-a:

$N_z=-50$ кН; $\sigma_z = -\frac{-50 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -50 МПа \cdot$

Сечение b-b:

$N_z=-30$ кН; $\sigma_z = -\frac{-30 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -30 МПа \cdot$

Сечение c-c:

$N_z=30$ кН; $\sigma_z = \frac{30 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^4} = 15{,}0 МПа \cdot$

Сечение d-d:

$N_z=30$ кН; $\sigma_z = \frac{30 * 10^3}{20 * 10^{-4}} = 15{,}0 МПа \cdot$

Сечение e-e:

$N_z=50$ кН; $\sigma_z = \frac{50 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^{-4}} = 12{,}5 МПа \cdot$

Сечение f-f:

$N_z=-70$ кН; $\sigma_z = -\frac{50 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^{-4}} = -17{,}5 МПа \cdot$

4. Определение полного удлинения (укорочения) стержня и построение эпюры перемещений.

Полное удлинение (укорочение) стержня удобно вычислить как сумму удлинений (укорочений) отдельных участков, имеющих постоянную жесткость (EA=const). Вычисление целесообразно

начинать с участка, имеющего неподвижную точку (заделку), где перемещение равно 0.

На участках, где нормальная сила изменяется по линейному закону, эпюра перемещений будет иметь вид квадратной параболы. Для выявления характера эпюры перемещений удобно эпюру нормальных сил разложить на постоянную и переменную составляющие, как представлено на рис. 7.

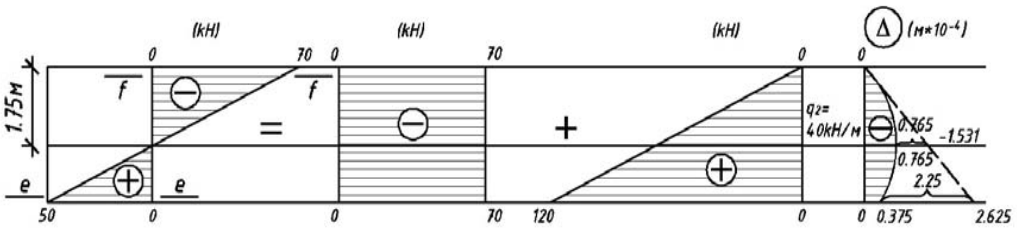


Рис. 7

$$\Delta f = 0;$$

$$\Delta e = \frac{N_z \cdot l_3}{EA_3} + \frac{q_2 \cdot l_3^2}{2EA_3} = -\frac{70 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 3^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -2{,}625 \cdot 10^{-4} + 2{,}25 \cdot 10^{-4} = -0{,}375 \cdot 10^{-4}\ м;$$

$$\Delta e = \Delta d.$$

На расстоянии 7,25м от свободного края (1,75м от заделки) нормальная сила равна 0; следовательно, на эпюре перемещений будет экстремум, значение которого также необходимо вычислить.

$$\Delta_{1,75м} = -\frac{70 \cdot 10^3 \cdot 1{,}75}{2 \cdot 10^{11} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} + \frac{40 \cdot 1{,}75^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 40 \cdot 10^{-4}} = -1{,}531 \cdot 10^{-4} + 0{,}766 \cdot 10^{-4} = 0{,}765 \cdot 10^{-4}\ м;$$

$$\Delta_c = \Delta_e + \frac{N_z \cdot l_2}{EA_2} = -0{,}375 \cdot 10^{-4} + \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = -0{,}375 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4} = 2{,}625 \cdot 10^{-4}\ м;$$

$$\Delta c = \Delta b.$$

3 участок:

$$\sum M_z = 0; \quad -M_z + M_4 = 0; \quad M_z = 779 H \cdot м;$$

2. Определение полного угла закручивания и построение эпюры углов закручивания.

Полный угол закручивания вычисляется как сумма углов закручивания отдельных участков, где действует крутящий момент постоянной величины. За начало отсчета можно принять любой из концов вала: значение полного угла закручивания при этом не должно измениться (принимаем за начало отсчета ведущий шкив).

$$\Delta\varphi = \sum_1^n \Delta\varphi_i = \sum_1^n \frac{M_z \cdot l_i}{G \cdot J_\rho};\ \varphi_3 - \varphi_4 = \frac{M_4 \cdot a}{G \cdot J_\rho} = \frac{779 \cdot 0{,}5}{G \cdot J_\rho} = \frac{389{,}5}{G \cdot J_\rho}\ рад;$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = \frac{(M_3 + M_4) \cdot a}{G \cdot J_\rho} = \frac{1947 \cdot 0{,}5}{G \cdot J_\rho} = \frac{938{,}5}{G \cdot J_\rho}\ рад;$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{(M_2 + M_3 + M_4) \cdot a}{G \cdot J_\rho} = \frac{2531 \cdot 0{,}5}{G \cdot J_\rho} = \frac{1265{,}5}{G \cdot J_\rho}\ рад;$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_4 = \sum_1^n \varphi_i = \frac{2593{,}5}{G \cdot J_\rho}\ рад.$$

3. Расчет диаметра вала на прочность и жесткость.

а) условие прочности:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_\rho} \le [\tau] = 50 МПа;$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_z^{\max}}{0{,}2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2531}{0{,}2 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 6{,}33 \cdot 10^{-2}\ м = 6{,}33 см.$$

б) условие жесткости:

$$\theta_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{G \cdot J_\rho} \le [\theta] = 8 \cdot 10^{-3}\ рад / м;$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{M_z^{\max}}{0{,}1 \cdot G[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{2531}{0{,}1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 8 \cdot 10^{-3}}} = 7{,}93 \cdot 10^{-2}\ м = 7{,}93 см.$$

Принимаем наибольшее из полученных значений: d=7,93см как удовлетворяющее условиям прочности и жесткости.

Максимальные касательные напряжения:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{0{,}2 \cdot d^3} = \frac{2531 \cdot 10^{-6}}{0{,}2 \cdot 7{,}93^3 \cdot 10^{-6}} = 25{,}4 МПа.$$

Пример:

Для стального трансмиссионного вала по приведенной схеме (рис. 11) требуется:

1. Построить эпюру крутящих моментов.
2. Построить эпюру углов закручивания.
3. Определить диаметр вала из расчета на прочность и жесткость. Диаметр вала считать по всей длине постоянным.

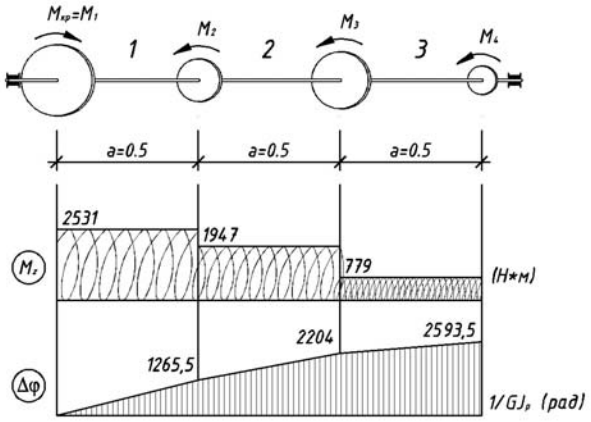


Рис. 11

N_2=30 кВт; n=500 мин$^{-1}$;
N_3=60 кВт; [τ]=50 МПа;
N_4=40 кВт; [θ]=8,0*10^{-3} рад/м;
a=0,5 м; G=0,8*10^5 МПа.

1. Определение величины крутящего момента, который необходимо приложить для вращения вала, и построение эпюры крутящих моментов.

$$M_2 = 9736 \cdot \frac{30}{500} = 584 Н \cdot м; \quad M_3 = 9736 \cdot \frac{60}{500} = 1168 Н \cdot м; \quad M_4 = 9736 \cdot \frac{40}{500} = 779 Н \cdot м;$$

$$M_1 = M_2 + M_3 + M_4 = 2531 Н \cdot м;$$

$$\sum M_z = 0; \quad -M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0; \quad M_1 = M_2 + M_3 + M_4;$$

1 участок:

$$\sum M_z = 0; \quad -M_z + M_2 + M_3 + M_4 = 0; \quad M_z = M_2 + M_3 + M_4 = 2531 Н \cdot м;$$

2 участок:

$$\sum M_z = 0; \quad -M_z + M_3 + M_4 = 0; \quad M_z = M_3 + M_4 = 1947 Н \cdot м;$$

На участке №1 также целесообразно разложить эпюру мальных сил на постоянную и переменную составляющие (рис. 8).

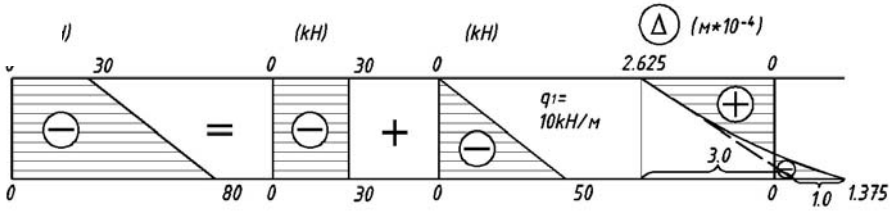


Рис. 8

$$\Delta_a = \Delta_c + \frac{N_z \cdot l_1}{EA_1} + \frac{q_1 \cdot l_1^2}{2EA_1} = 2{,}625 \cdot 10^{-4} - \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} - \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 2^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -2{,}625 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-4} = -1{,}375 \cdot 10^{-4} м.$$

II. Кручение

В статически определимых задачах на кручение (рис. 9) крутящий момент в произвольном сечении определяется из уравнения равновесия:

$$\sum M = 0$$

$$M_1 - M_2 + M_3 + ... + M_n - M_{кр} = 0;$$

$$M_{кр} = M_1 - M_2 + M_3 + ... + M_n.$$

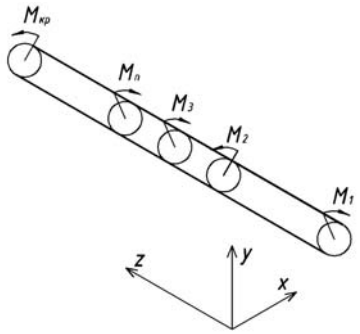


Рис. 9

1. Касательные напряжения в сечении при кручении

(рис. 10)

$$\tau = \frac{M_{кр} \cdot \rho}{J_\rho}; \qquad J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cong 0{,}1 d^4,$$

где ρ – расстояние от центра 0 до рассматриваемой точки;

J_ρ – полярный момент инерции.

В крайних волокнах имеют место максимальные касательные напряжения, определяющиеся выражением:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр} \cdot d}{J_\rho \cdot 2} = \frac{M_{кр}}{W_\rho},$$

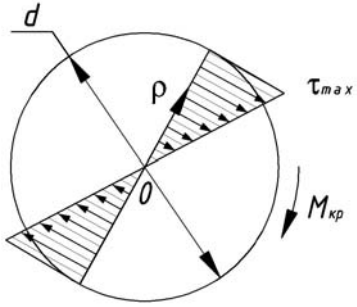


Рис. 10

где $W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cong 0{,}2 d^3$ – полярный момент сопротивления.

2. Угол закручивания сечения

Полный угол закручивания стержня переменного сечения определяется как сума углов закручивания отдельных участков, имеющих постоянную жесткость: GJ_ρ=const.

$$\Delta\varphi = \sum_1^n \Delta\varphi_i = \sum_1^n \int_0^{l_i} \frac{M_z \cdot dz}{G \cdot J_\rho} = \sum_1^n \frac{M_z \cdot l_i}{G \cdot J_\rho},$$

где l_i – длина i-го участка постоянной жесткости;

$\Delta\varphi_i$ – угол закручивания i-го участка постоянной жесткости.

3. Расчет вала на прочность и жесткость по допускаемым напряжениям и максимальному углу закручивания

а) условие прочности:

$\tau_{\max} = \frac{M^{\max}}{W_\rho} \le [\tau]$; $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение;

$W_\rho = 0{,}2 \cdot d^3 \ge \frac{M_z^{\max}}{[\tau]}$; $d = \sqrt[3]{\frac{M_z^{\max}}{0{,}2[\tau]}}$ – диаметр вала;

б) условие жесткости:

$\theta = \frac{M_z^{\max}}{G \cdot J_\rho} \le [\theta]$; $[\theta]$ – допускаемое значение угла закручивания;

$J_\rho = 0{,}1 \cdot d^4 \ge \frac{M_z^{\max}}{G \cdot [\theta]}$; $d = \sqrt[4]{\frac{32 M_z^{\max}}{\pi \cdot G[\theta]}}$; G – модуль сдвига.

Соотношение между крутящими моментами на валу отбираемой мощностью (кВт) и числом оборотов вала

$M = 9736 \frac{N}{n}$; M – крутящий момент, Н·м; N – мощность, кВт;

n – число оборотов вала, мин$^{-1}$.